BerlinOnline
Berlin auf einen Klick!

Berliner Zeitung
Donnerstag, 29. September 2005

Autoreparatur mit dem Tortenheber

Um komplizierte Kombinatorik-Probleme zu lösen, kommen gute Mathematiker oft mit ganz einfachen Werkzeugen aus

Andreas Loos

Dmitry Feichtner-Kozlov kennt die Frage schon. "Was ein kombinatorisches Problem ist?", sagt er und setzt gleich zur Antwort an: "Angenommen, man hätte ein paar Münzen, die den Eindruck erwecken, gleich schwer zu sein. Und man müsste herausfinden, ob sich darunter einige schwerere oder leichtere Münzen verstecken. Man hat aber nur eine Balkenwaage, um die Münzen zu vergleichen. Da fragt man sich doch, wie oft man mindestens wiegen muss."

Gerade mal 32 Jahre alt ist der Russe Feichtner-Kozlov, der als Assistenzprofessor an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich arbeitet. Kürzlich war er zu Besuch an der Technischen Universität (TU) Berlin, an der sich 200 Kombinatoriker zur Tagung EuroComb 2005 trafen. Feichtner-Kozlov erhielt bei der Tagung den mit 2 500 Euro dotierten Europäischen Kombinatorik-Preis.

Das alte Mathematiker-Problem mit den Münzen löste Feichtner-Kozlov vor rund zehn Jahren, als er in Stockholm promovierte. Er fand einen Algorithmus, mit dem man zum Beispiel mit drei Mal Wiegen die Gleichheit von zehn Münzen belegen oder widerlegen kann - bis dahin vermutete man, mit mit einer bestimmten Anzahl "n" an Wägevorgängen ließen sich höchstens 2n Münzen testen. Im Beispiel hätte man also nur 2 mal 2 mal 2 = 8 Münzen kontrollieren können. Feichtner-Kozlov schaffte 2 mehr.

"Das Münzproblem war aber nur eine Nebensache", sagt Feichtner-Kozlov. Derzeit tüftelt er an einem schwierigeren Rätsel: Wie viele Farben braucht man, um die Orte auf einer Landkarte so einzufärben, dass zwei Nachbarorte immer unterschiedlich gefärbt sind? Das klingt wie Malen nach Zahlen, hat aber eine große praktische Relevanz: "Das Problem spielt eine Rolle bei der Zuweisung von Handy- oder Radiofrequenzen und bei Gruppeneinteilungen, bei denen bestimmte Personen nicht miteinander in eine Gruppe kommen sollen", sagt Feichtner-Kozlov.

Für einfache Landkarten, die platt in einer Ebene liegen wie etwa in einem Autoatlas, sind nicht mehr als vier Farben nötig. Das konnten Mathematiker bereits in den 1970er-Jahren mit aufwändigen Computerberechnungen beweisen. Für manche Graphen, wie Kombinatoriker die Verbindung von Punkten und Linien nennen, reichen auch weniger Farben. Andere Graphen sehen viel komplizierter aus als die ebenen Darstellungen - etwa so als wären die Straßen auf mehreren Ebenen räumlich ineinander verwoben. In diesen Fällen sind vier Farben nicht genug.

Feichtner-Kozlov näherte sich dem Farbenproblem auf einem neuen Weg. Zunächst suchte er sich geeignete topologische Räume. Darunter stellen sich Mathematiker Bausteine vor, mit denen man den Platz in einem Zimmer anfüllen kann. Die Bausteine werden wie Legosteine nach mathematischen Regeln zusammengesetzt. Die Regeln und die Bausteine bilden eine bestimmte Struktur. Feichtner-Kozlov übersetzte solche Strukturen in die Sprache der Algebra. Algebra ist der Bereich der Mathematik, der sich mit der Struktur von Zahlen und deren Verknüpfungen befasst. Bei seinem Versuch nutzte der Mathematiker Entsprechungen zwischen topologischen Räumen und algebraischen Objekten. So gelang es ihm, die Komposition seiner "Legosteine" in Formeln und Zahlen auszudrücken. Mithilfe solcher Ausflüge in andere Bereiche der Mathematik kann Feichtner-Kozlov nun für bestimmte Graphen jeweils eine neue Mindestanzahl Farben angeben.

Was die Kollegen an Feichtner-Kozlovs Lösung begeistert, ist nicht so sehr das Ergebnis, sondern die Methode. Sie ist so, als würde ein Automechaniker ein Auto mit Tortenheber und Suppenkelle reparieren - und hinterher läuft der Motor wieder. Würde man diesen Vergleich auf die Spitze treiben und die gesamte Kombinatorik mit der Kunst, Autos zu warten, in Beziehung setzen, dann fände man in den mathematischen Instituten hochspezialisierte Experten für Zündkabel oder das Nachfüllen von Kühlwasser. Doch wie ein Kofferraum von innen aussieht, davon hätten die meisten Spezialisten nur eine vage Ahnung. Zu tief stecken sie in ihren eigenen Problemen.

"Es gibt unendlich viele Fragen, die extrem schwer zu lösen sind", sagt der TU-Mathematiker Stefan Felsner, der die EuroComb organisierte. Bei den Fragen komme es darauf an, sie so zu stellen, dass sie mathematisch analysierbar werden - so wie es etwa Feichtner-Kozlov vormacht. Er rief in Berlin unter Kollegen eine ähnliche Begeisterung hervor wie Fußballstars bei ihren Fans. Zu denen, die zeigen, wie elegante Pässe in der Mathematik aussehen, gehört Laszló Lovasz von der Universität Budapest. Er hat einige mathematische Lehrbuchklassiker verfasst und neue Rechenmethoden entdeckt. Viel Aufmerksamkeit erregte auch Alexander Schrijver vom Centrum voor Wiskunde en Informatica in Amsterdam. Schrijver zeigte auf der Tagung in Berlin Verbindungen zwischen Informationstheorie und Algebra, die bei der Fehlerkorrektur digitaler Daten - etwa von CDs - eine Rolle spielen könnten. Schrijver wird in Kürze den mit 1,5 Millionen Euro dotierten Spinoza-Preis erhalten, den höchsten Wissenschaftspreis der Niederlande.

Dagegen nimmt sich Feichtner-Kozlovs Preisgeld von 2 500 Euro bescheiden aus. Was er damit anstellen wird, weiß der russische Mathematiker schon: Er wolle Mathematikbücher kaufen, sagt er - "oder nein, besser noch: Bücherregale."
